

Matematică-Informatică

Barem de evaluare și notare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(1+i)^2 = 2i, (1-i)^2 = -2i$ $z = (1+i)^4 + (1-i)^4 = 4i^2 + 4i^2 = -8$	3p 2p
2.	$x_1^2 = x_1 + 3, x_2^2 = x_2 + 3, x_1 + x_2 = 1$ $x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2 = 2(x_1 + x_2) + 6 = 8$	2p 3p
3.	$3x - 1 > 0, x^2 - 3x + 2 = 0$ $x_1 = 1, x_2 = 2$ și verifică restricția	3p 2p
4.	Numărul celor cu produsul cifrelor impar este $5 \cdot 5 \cdot 5$ Numărul cazurilor posibile este 900 și $p = \frac{900-125}{900} = \frac{31}{36}$	2p 3p
5.	$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM}$ $2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$	2p 3p
6.	$B + C > \frac{\pi}{2}, B > \frac{\pi}{2} - C$ $\sin B > \sin\left(\frac{\pi}{2} - C\right), \sin B > \cos C$	2p 3p

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1.	a) $\det(A) = 1$ $\text{rang}(A) = 3$ b) $B^1 = B, B^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $B^n = O_3, n \geq 3$ c) $A = I_3 + B$ $A^n = I_3 + C_n^1 B + C_n^2 B^2 + \dots + C_n^{n-1} B^{n-1} + B^n = I_3 + C_n^1 B^1 + C_n^2 B^2$ de unde relația cerută	3p 2p 2p 3p 2p 3p
2.	a) Asociativitatea și elementul neutru Simetrizabilitatea tuturor elementelor din \mathbb{R} și comutativitatea	3p 2p

	b) $x * x * x = \sqrt[3]{3x^3}$	2p
	Soluția $x = 3$	3p
	c) f bijectivă	2p
	$f(x + y) = f(x) * f(y), x, y \in \mathbb{R}$	3p

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1.	<p>a) $f'(x) = \frac{x \cdot \ln' x - \ln x}{x^2}$ $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$</p> <p>b) Ecuația este echivalentă cu $f(x) = m$ Din șirul lui Rolle, dacă $m \in \left(0, \frac{1}{e}\right)$ ecuația are două soluții, dacă $m = \frac{1}{e}$ ecuația are o soluție, dacă $m > \frac{1}{e}$ ecuația nu are nicio soluție</p> <p>c) Fie $m_1, m_2, \dots, m_{2015}$ numere distincte din intervalul $\left(0, \frac{1}{e}\right)$ atunci din b), pentru orice $k \in \{1, 2, \dots, 2015\}$ există $a_k \in (0, e)$ și $b_k \in (e, \infty)$ astfel ca $f(a_k) = f(b_k) = m_k$, adică $\frac{\ln a_k}{a_k} = \frac{\ln b_k}{b_k} \Leftrightarrow a_k^{b_k} = b_k^{a_k}, k \in \{1, 2, \dots, 2015\}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p> <p>1p</p> <p>4p</p> <p>3p</p> <p>2p</p>
2.	<p>a) F derivabilă pe \mathbb{R} $F'(x) = e^x + (x - 2)e^x = (x - 1)e^x = f(x), x \in \mathbb{R}$</p> <p>b) $\int_0^1 (x - 1)(x - 2) \cdot e^{2x} dx = \int_0^1 f(x) \cdot F(x) dx =$ $= \frac{1}{2} F^2(x) \Big _0^1 = \frac{1}{2} (e^2 - 4)$</p> <p>c) $G'(x) = f(x), x \in \mathbb{R}$ $f(1) = 0, f(x) < 0, x < 1, f(x) > 0, x > 1$ atunci 1 este punct de minim absolut al funcției G și atunci $G(x) \geq G(1), x \in \mathbb{R}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p> <p>2p</p> <p>3p</p> <p>2p</p> <p>3p</p>